

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРОЦЕССОМ

ГЕЛЬРУД Я.Д.

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

СТАИН Д.А.

Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

**Аннотация.** В статье предложена математическая модель управления образовательным процессом на основе компетентностного подхода. Сгенерированная модель позволяет сформировать полный контур управления образовательным процессом вуза как сложной социально-экономической системы с целью повышения ее эффективности в условиях нормативно-правового поля, в котором функционируют вузы Российской Федерации. Важной составляющей модели является учет человеческого фактора, что выражается в активном влиянии управляемой системы на процесс управления.

**Ключевые слова:** математическая модель, образовательный процесс, компетенции, образовательная программа.

В соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС)[1] применяется компетентностный подход к вопросу о возможности присуждения квалификации студенту, который в полной мере справился с образовательной программой по тому или иному направлению подготовки. Таким образом, образовательный процесс можно рассматривать как процесс приобретения компетенций вследствие изучения отдельных дисциплин в составе образовательной программы. В ФГОС определена матрица компетенций, в которой определено, какими компетенциями должен владеть выпускник для приобретения специальности, соответствующей конкретной дисциплине. Данная структура также определяет, какие дисциплины учебного плана определяют приобретение соответствующих компетенций.

Предлагается использовать матрицу компетенций как базовую структуру математической модели управления

$$k_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j \text{ компетенция успешно освоена при изучении } i - \text{й дисциплины} \\ 0, & \text{если } j \text{ компетенция не освоена при изучении } i - \text{й дисциплины,} \end{cases}$$

$$\text{где } \begin{cases} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m \end{cases}$$

образовательным процессом вуза. Абитуриент, только поступивший в вуз, имеет пустую матрицу компетенций, т.е. все ее элементы равны 0. Каждый семестр студент изучает определенные дисциплины и в конце семестра в период сессии осуществляется контроль. В случае успешной сдачи дисциплины соответствующие компетенции получают значения 1.

Пусть  $K$  – матрица компетенций некоторого студента:

$$K = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \cdots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \cdots & k_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \cdots & k_{nm} \end{pmatrix}.$$

Столбцы матрицы  $K$  соответствуют компетенциям, строки – дисциплинам. В рамках образовательной программы студент должен приобрести  $m$  компетенций, освоив  $n$  дисциплин. Таким образом,  $k_{ij}$  – состояние  $j$ -й компетенции в рамках изучения  $i$ -й дисциплины.

Каждая дисциплина направлена на формирование определенных компетенций. Запишем матрицу компетенций  $T$ , определяющую набор компетенций, которые должен приобрести студент в процессе обучения

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & \dots & t_{1m} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & \dots & t_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & t_{n3} & \dots & t_{nm} \end{pmatrix}$$

$T$  определяется стандартом. Назовем ее целевой матрицей компетенций.

Пусть  $t_{\text{общ}}$  – нормативный срок овладения образовательной программой.

Определим функцию  $K(t)$ , которая возвращает матрицу компетенций, где отражены освоенные компетенции на данный момент времени. Такую матрицу компетенций будем называть фактической матрицей компетенций на момент времени  $t$ .

Очевидно, что образовательную программу можно считать успешно освоенной при условии

$$K(t_{\text{общ}}) = T$$

Если такое равенство не выполняется, что очевидно, студент не справился с образовательной программой. Так как в данном случае  $t \rightarrow t_{\text{общ}}$ , управляющее воздействие может быть только одно – отчислить студента. Такое управление не повышает эффективность образовательного процесса, поэтому, как следствие, необходимо ввести временные интервалы управления.

Пусть  $t_1, t_2, \dots, t_l$  – временные интервалы управления. В образовательном процессе высшей школы целесообразно ограничиться номером семестра, т.е.  $t_i$  – временной интервал окончания  $i$ -го семестра. Образовательный процесс ограничен  $l$  семестрами.

Введем функцию  $T(t_i)$ , которая определяет целевую матрицу компетенций, приобретенных студентом за временной интервал  $t_i$ . Таким образом

$T(t_1) \oplus T(t_2) \oplus \dots \oplus T(t_l) = T(t_{\text{общ}}) = T$ , где  $\oplus$  – операция дизъюнкции матриц, а  $T$  является интегрированной матрицей для  $T(t_i)$ .

В контексте использованного выше математического аппарата, можем представить систему управления образовательным процессом в вузе следующим образом:

$$K(t) \rightarrow T \text{ при } t \rightarrow t_{\text{общ}}$$

Крайними точками образовательного процесса являются  $K(t_0)$  и  $T$ , где

$$K_0 = K(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Все промежуточные состояния растянуты во времени, равному нормативному сроку обучения  $t_{\text{общ}}$ . В этом промежутке времени образовательный процесс нуждается в управляющих действиях.

Для того, чтобы определить, какими компетенциями студент не смог овладеть на данном временном интервале управления, введем понятие матрицы отклонения и обозначим ее  $\Delta K$ .

$$\Delta K = \begin{pmatrix} \Delta k_{11} & \Delta k_{12} & \Delta k_{13} & \dots & \Delta k_{1m} \\ \Delta k_{21} & \Delta k_{22} & \Delta k_{23} & \dots & \Delta k_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta k_{n1} & \Delta k_{n2} & \Delta k_{n3} & \dots & \Delta k_{nm} \end{pmatrix}.$$

Матрица отклонений  $\Delta K$  используется для генерирования управляющего воздействия и показывает, какие компетенции, указанные в целевой матрице, отсутствуют в фактической. Если в фактической матрице присутствуют компетенции, отсутствующие в целевой матрице, то управляющего сигнала такая ситуация не требует, и, как следствие, соответствующие компетенции не должны выделяться в матрице отклонений.

Предлагается следующая логическая формула для вычисления матрицы отклонений:

$$\Delta K(t) = \overline{(T(t) \rightarrow K(t))}.$$

В данной формуле применяется логическое «НЕ» от логической импликации фактической и целевой матриц.

$\Delta K(t)$  будет содержать 1 на позициях, где в  $K(t)$  отсутствуют компетенции, указанные в целевой матрице. В остальных позициях  $\Delta K(t)$  будет содержать 0.

Для демонстрации, рассмотрим четыре возможных ситуации, которые могут иметь место в реальном образовательном процессе с учетом человеческого фактора.

Первая ситуация.

Студент не овладел компетенцией, требуемой в рассматриваемом интервале управления. Иначе говоря, фактическая матрица  $K(t)$  не содержит компетенции, которую содержит целевая матрица  $T(t)$ .

$$T(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$K(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Delta K(t) = \overline{(T(t) \rightarrow K(t))} = \overline{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеем 1 на позиции компетенции, которой студент не овладел. Требуется управляющее действие на ликвидацию отклонения.

Вторая ситуация.

Студент овладел всеми компетенциями, которые требуются в рассматриваемом интервале управления. Иначе говоря, фактическая матрица  $K(t)$  идентична целевой матрице  $T(t)$ .

$$T(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$K(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Delta K(t) = \overline{(T(t) \rightarrow K(t))} = \overline{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеем нулевое отклонение, т.е. управляющее действие не требуется.

Третья ситуация.

Студент овладел всеми компетенциями, которые требуются в рассматриваемом интервале управления, а также компетенциями, которые отсутствуют в

целевой матрице. Иначе говоря, фактическая матрица  $K(t)$  содержит компетенции, которые не содержит целевая матрица  $T(t)$ .

$$T(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$K(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Delta K(t) = \overline{(T(t) \rightarrow K(t))} = \overline{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеем нулевое отклонение, т.е. управляющее действие не требуется.

Четвертая ситуация.

Является составной из первой и третьей ситуаций – студент не овладел рядом компетенций, содержащихся в целевой матрице, но овладел компетенциями, которые в целевой матрице отсутствуют.

$$T(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$K(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Delta K(t) = \overline{(T(t) \rightarrow K(t))} = \overline{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Имеем 1 на позиции компетенции, которой студент не овладел. Требуется управляющее действие на ликвидацию отклонения.

Введем функцию суммы элементов матрицы:

$$\text{Sum}(M) = \sum_{i,j} m_{ij}, \text{ где } M = \{m_{ij}\}.$$

Так как в нашем случае все элементы матрицы  $\Delta K(t)$  положительные, то делаем вывод о том, что чем меньше сумма элементов, тем меньше отклонение от образовательной траектории. В идеальной ситуации все компетенции осваиваются полностью и в срок,  $\text{Sum}(\Delta K(t)) = 0$ . Таким образом, предлагается использовать  $\text{Sum}(\Delta K(t))$  в качестве целевой функции системы управления и повышения эффективности образовательного процесса:

$$\text{Sum}(\Delta K(t)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta k_{ij} \rightarrow \min.$$

В случае, когда матрица отклонений в период  $t$  ненулевая (первая и четвертая ситуации), требуется сгенерировать управляющий сигнал, распространяющийся на временной интервал, следующий за  $t$  (в случае, если это не превышает нормативный срок обучения  $t_{обц}$ ). В данном случае целесообразно применение аппарата анализа и принятия решений. Каждый вуз определяет параметры генерирования такого сигнала.

Если  $\text{Sum}(\Delta K(t)) \gg 0$ , то студента целесообразно отчислить (например, если он имеет больше трех долгов по дисциплинам образовательной программы).

Таким образом, имеем систему управления образовательным процессом вуза средствами квалификационно-ориентированной экспертной системы (рис. 1).

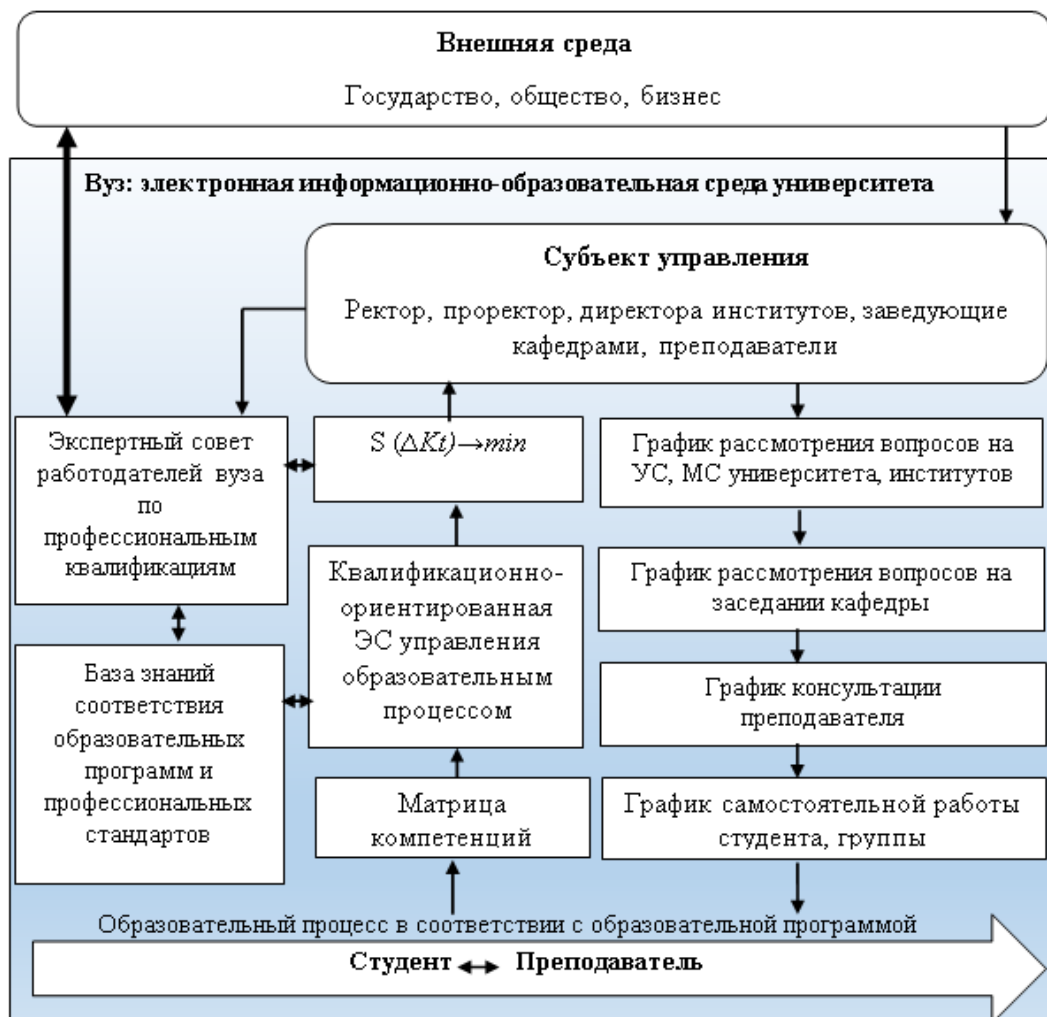


Рис. 1. Система управления образовательным процессом вуза

Рассмотренная выше общая модель образовательного процесса релевантна компетентностному подходу в высшем образовании. Она также позволяет реализовать подпункт 7.1.2 ФГОС 3+, который предписывает организациям фиксировать образовательный процесс на сайте университета. Таким образом, имеем информационную систему с большим количеством данных и их взаимосвязей,

комплекс математических моделей, которые частично визуализируются неопределенным кругом лиц посредством технических средств. Эффективно решить данную проблему возможно только с применением современных web-технологий. Необходимо погрузить сгенерированную модель в среду web-технологий. На рис. 2 наглядно показано, как образовательный процесс, а также модели и методы его управления

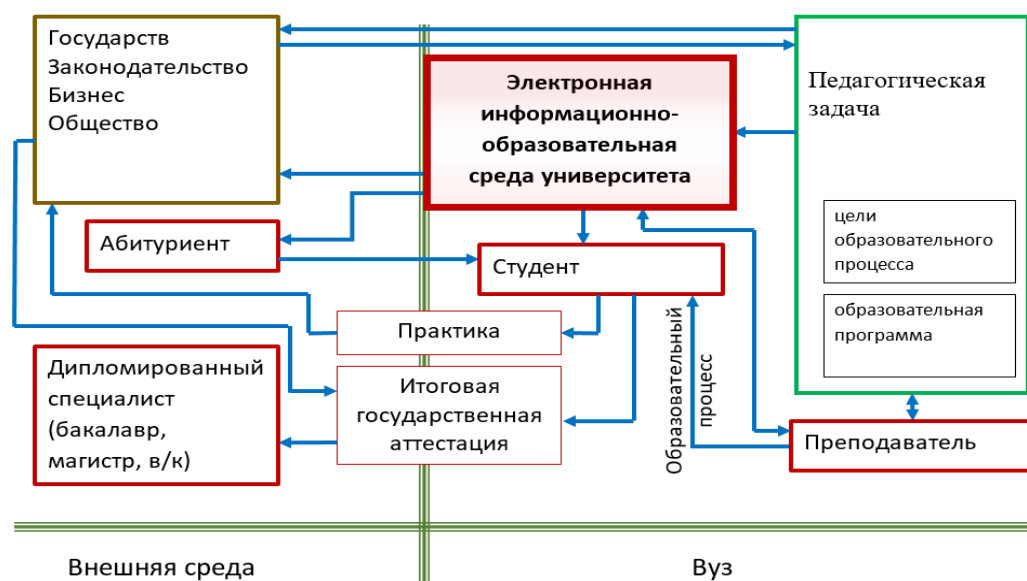
встроены в электронную информационно-образовательную среду университета, представляющую из себя web-структуру.

Не вызывает сомнений тот факт, что субъектами образовательного процесса вуза являются преподаватели и студенты. Они взаимодействуют, и с течением времени студент изменяет свое состояние, приобретая компетенции. Приобретение студентом компетенций является одной из основных целей образовательного процесса в вузе. С другой стороны, нельзя не отметить факт, что преподаватель в процессе этого взаимодействия не подвержен изменениям. Очевидно, что преподаватель, как минимум, приобретает опыт. Исследователь И.А. Зимняя утверждает, что «развитие ученика предполагает постоянное развитие педагога, которое есть условие развития ученика» [2]. И студент, и преподаватель имеют свои цели, и эти цели должны быть согласованы. Но любое взаимодействие преподавателя и

студента нельзя считать образовательным процессом в вузе. Федеральным законом № 322-ФЗ [3], а также другими подзаконными актами с одной стороны; государственными службами, социально-общественными институтами, бизнес-сообществом и другими составляющими, с другой стороны, определены требования к такому взаимодействию, которое может считаться образовательным процессом в вузе.

При рассмотрении вопросов организации и управления образовательным процессом в качестве общеконцептуальной составляющей предлагается использовать структурно-функциональную модель образовательного процесса.

Проанализировав опыт вузов и факторы внешней среды учебных заведений, сгенерируем структурно-функциональную модель традиционного образовательного процесса вуза (рис. 2).



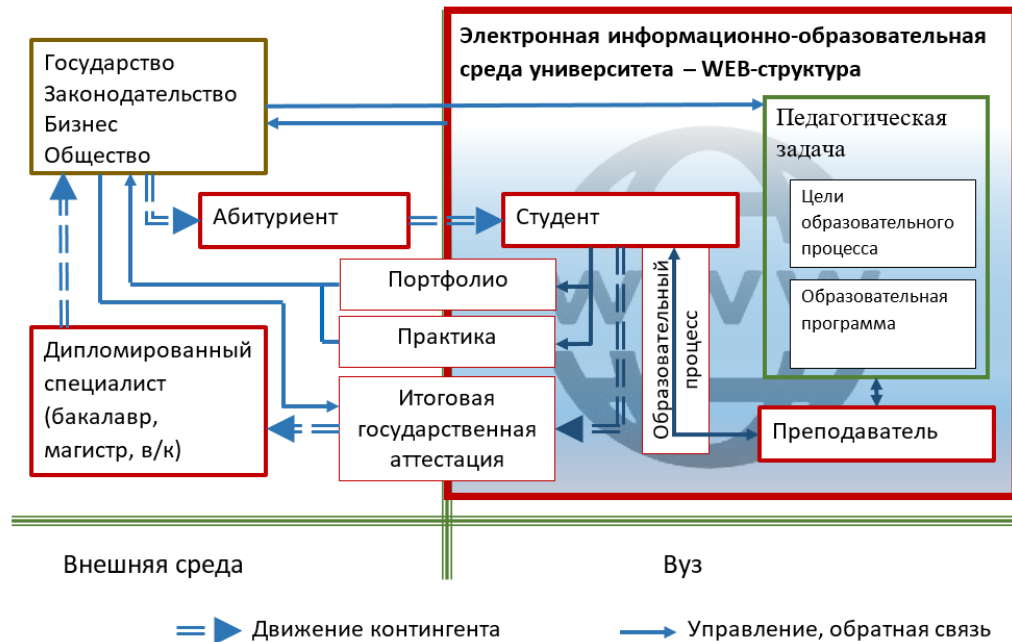
**Рис.2. Расширенная структурно-функциональная модель традиционного образовательного процесса вуза**

Такая модель де-факто является основной для функционирования вузов Российской Федерации, но, с нашей точки зрения, она не полностью соответствует нынешнему этапу развития экономики, науки и техники. Экономические системы всесторонне погружены в современные информационно-

коммуникационные технологии (ИКТ). В качестве яркого примера возьмем банковский сектор. Такая важная составляющая мировой экономической системы на сегодняшний день полностью погружена в среду информационно-коммуникационных технологий. Все транзакционные и иные

операции в настоящее время осуществляются посредством передачи информации по вычислительным сетям и фиксации результатов систем в базах данных. В банковской системе информационно-коммуникационные технологии встроены в среду – т.е. если из современной банковской системы извлечь ИКТ-составляющую, то ее функционирование станет невозможным. Такой подход обеспечил высокую эффективность, исключил огромное количество ошибок и временных лагов, допускаемых банковскими клерками разного уровня в доинформатизационные годы. Многие экономические, социально-

технические системы и системы материального производства обладают встроенными ИКТ-средствами. Как видно из рис. 3, сейчас в вузах ИКТ-система является не встроенной, а пристроенной. В результате наших исследований можно сделать вывод о том, что повышение эффективности вуза в современных условиях возможно путем формирования встроенной электронной информационно-образовательной среды университета на основе современных web-технологий. Таким образом, все процессы и взаимосвязи оказываются погруженными в среду и отображаются в базах данных.



**Рис.3. Структурно-функциональная модель образовательного процесса с полным погружением в электронно-образовательную среду университета**

Основные преимущества такого подхода.

1. Выполнение требований законодательства в части прозрачности деятельности вуза, фиксации образовательного процесса и других направлений, прямо или косвенно касающихся обмена информацией с государственными структурами посредством web-сайта, становится естественным следствием функционирования вуза.

2. Наличие четкого отображения реальных процессов вуза в базах данных позволяет лицу, принимающему решения, исходить из более полной и актуальной информации.

3. Более оперативные процессы распространения информации.

Как следствие – повышение качества и эффективности вузовского образования.

---

### Литература:

1. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования. 2014 (<http://минобрнауки.рф>).
2. Зимняя, И.А. Педагогическая психология: Учеб. пособие / И.А. Зимняя // М.: Логос, 1999.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования. Уровень высшего образования магистратура. Направление подготовки менеджмент. Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 марта 2015 г. № 322.

**Гельруд Яков Давидович** – д-р техн. наук, профессор кафедры информационно-аналитического обеспечения управления в социально-экономических системах Южно-Уральского государственного университета, г. Челябинск; [gelrud@mail.ru](mailto:gelrud@mail.ru).

**Стаин Дмитрий Александрович** – ведущий инженер, ректорат, ФГБОУ ВО Уральский государственный лесотехнический университет, Екатеринбург, [stain@usfeu.ru](mailto:stain@usfeu.ru).

Дата поступления 12 октября 2017 г.

DOI: 10.14529/ijmj170402

## MATHEMATICAL MODEL OF EDUCATIONAL PROCESS MANAGEMENT

**GELRUD Y.D.**

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

**STAIN D.A.**

Ural State Forestry University, Ekaterinburg, Russia

**Abstract.** In the article the mathematical model of management of educational process on the basis of the competence approach is offered. The generated model allows to form a complete control loop of the educational process of the university as a complex socio-economic system with the aim of increasing its efficiency in the regulatory and legal environment in which the universities of the Russian Federation operate. An important component of the model is the consideration of the human factor, which is expressed in the active influence of the controlled system on the management process.

**Keywords:** mathematical model, educational process, competences, educational program.

### References

1. Federal state educational standards for higher professional education. 2014 (<http://минобрнауки.рф>).
2. Zimnay I.A. Pedagogical psychology: Textbook. allowance. М.: Logos, 1999.
3. Federal State Educational Standard of Higher Education. The level of higher education is magistracy. Direction of management training. Approved by the order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation of March 30, 2015, No. 322.

**Gelrud Yakov Davidovich** – dr. Techn. Sciences, Professor of the Department of information and analytical support of management in social and economic systems, South Ural state University, Chelyabinsk; [gelrud@mail.ru](mailto:gelrud@mail.ru).

**Stain Dmitry Alexandrovich** – leading Engineer, Rectorate, FGBOU VO Ural State Forestry University, Ekaterinburg. [stain@usfeu.ru](mailto:stain@usfeu.ru).

Received 12 October 2017

**ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ**

Гельруд, Я.Д. Математическая модель управления образовательным процессом / Я.Д. Гельруд, Д.А. Стаин // *Журнал управление инвестициями и инновациями.* – 2017. – №4. Стр. 14–21.  
DOI: 10.14529/iimj170402

**FOR CITATION**

Gelrud Y.D., Stain D.A. Mathematical model of educational process management. *Investment and innovation management journal.* – 2017. – No. 4. Pp. 14–21.  
DOI: 10.14529/iimj170402

---